

MARELE PREMIU AL PALATULUI NAȚIONAL AL COPIILOR

Ediția a XVI-a, 2007

Clasa a IX-a

Problema – domino

Se consideră n număr natural nenul. Un joc DOMINO conține dominouri în formă de dreptunghi 1×2 . Pe un domino se găsesc inscripționate prin puncte, două numere (pentru fiecare număr k sunt desenate k puncte) ca în exemplul următor:



- conține perechea de numere (1,2)



- conține perechea de numere (0,1)

Jocul DOMINO conține pe dominouri următoarele perechi de numere:

(0,0); (1,1); (2,2); (3,3)... (n-1,n-1); (n,n)

(0,1); (1,2); (2,3); (3,4)... (n-1,n)

(0,2); (1,3); (2,4); ... (n-2,n)

...

(0,n-1); (1,n)

(0,n)

Cerință

Se cere numărul total de puncte desenate pe dominourile jocului DOMINO.

Date de intrare

Fișierul de intrare **domino.in** conține pe prima linie cu un spațiu între ele numărul n .

Date de ieșire

Fișierul de ieșire **domino.out** va conține numărul cerut.

Restricții

$1 \leq n \leq 2000000000$

Exemplu

domino.in	domino.out
2	12

Timp maxim de execuție: 1 secundă/test

*Prof. Doru Popescu Anastasiu
Colegiul Național "Radu Greceanu", Slatina*

MARELE PREMIU AL PALATULUI NAȚIONAL AL COPIILOR

Ediția a XVI-a, 2007

Clasa a IX-a

SOLUTIE-DOMINO

Jocul DOMINO conține pe dominouri următoarele perechi de numere:

$(0, 0); (1, 1); (2, 2); (3, 3) \dots (n-1, n-1); (n, n)$

$(0, 1); (1, 2); (2, 3); (3, 4) \dots (n-1, n)$

$(0, 2); (1, 3); (2, 4); \dots (n-2, n)$

...

$(0, n-1); (1, n)$

$(0, n)$

Observăm că pe fiecare diagonală crescătoare (linie paralelă cu direcția pieselor $(0, n), (1, n), \dots, (n, n)$) avem sume crescătoare de puncte, de la k la $2k$. De aici se constată că numărul de puncte p_n este dat de formulă:

$$p_n = \sum_{k=1}^n \sum_{i=k}^{2k} i.$$
 Folosind formule bine cunoscute se obține:

$$p_n = \sum_{k=1}^n \sum_{i=k}^{2k} i = \sum_{k=1}^n \left(\frac{2k(2k+1)}{2} - \frac{k(k-1)}{2} \right) = \frac{3}{2} \sum_{k=1}^n (k^2 + k) = \frac{3}{2} \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right) = \frac{n(n+1)(n+2)}{2}$$