MARELE PREMIU AL PALATULUI NAȚIONAL AL COPIILOR

Ediția a XVI-a, 2007

Clasa a IX–a

Problema – domino

Se consideră **`n`** număr natural nenul. Un joc DOMINO conține dominouri în formă de dreptunghi **`1`**×**`2`**. Pe un domino se găsesc inscripționate prin puncte, două numere (pentru fiecare număr **k** sunt desenate **k** puncte) ca în exemplul următor:

•	••	- conține perechea de numere (1,2)
	•	- conține perechea de numere (0,1)

Jocul DOMINO conține pe dominouri următoarele perechi de numere:

```
(0,0); (1,1); (2,2); (3,3)… (n-1,n-1); (n,n)
(0,1); (1,2); (2,3); (3,4)… (n-1,n)
(0,2); (1,3); (2,4); …(n-2,n)
…
(0,n-1); (1,n)
(0,n)
```

Cerință

Se cere numărul total de puncte desenate pe dominourile jocului DOMINO.

Date de intrare

Fişierul de intrare **`domino.in`** conține pe prima linie cu un spațiu între ele numărul **`n`**.

Date de ieşire

Fişierul de ieşire **`domino.out`** va conține numărul cerut.

Restricții

$1 \le n \le 2000000000$

Exemplu

domino.in	**domino.out**
2	12

Timp maxim de execuție: 1 secundă/test

Prof. Doru Popescu Anastasiu
Colegiul Național "Radu Greceanu", Slatina

MARELE PREMIU AL PALATULUI NAȚIONAL AL COPIILOR

Ediția a XVI-a, 2007

Clasa a IX–a

SOLUTIE-DOMINO

Jocul DOMINO conține pe dominouri următoarele perechi de numere:

```
(0,0); (1,1); (2,2); (3,3)… (n-1,n-1); (n,n)
(0,1); (1,2); (2,3); (3,4)… (n-1,n)
(0,2); (1,3); (2,4); …(n-2,n)
…
(0,n-1); (1,n)
(0,n)
```

Obervăm că pe fiecare diagonală crescătoare (linie paralelă cu direcția pieselor (0,n), (1, n), …, (n,n)) avem sume crescătoare de puncte, de la k la 2k. De aici se constată că numărul de puncte p_n este dat de formul:

$p_n = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=k}^{2k} i$. Folosind formule bine cunoscute se obține:

$$p_n = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=k}^{2k} i = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{2k(2k+1)}{2} - \frac{k(k-1)}{2} \right) = \frac{3}{2} \sum_{k=1}^{n} (k^2 + k) = \frac{3}{2} \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right) = \frac{n(n+1)(n+2)}{2}$$