



### Problema 3 - operatii

100 puncte

Fiind date două tablouri bidimensionale **a** și **b**, cu **m** linii și **n** coloane fiecare, definim următoarele operații:

- suma tablourilor **a** și **b**, ca fiind un tablou **c** cu **m** linii și **n** coloane, în care fiecare element este egal cu suma elementelor de pe aceeași linie și coloană din **a** și **b**. În acest caz folosim operatorul +, adică  $c = a + b$ .
- produsul tablourilor **a** și **b**, ca fiind un tablou **d** cu **m** linii și **n** coloane, în care fiecare element este egal cu produsul elementelor de pe aceeași linie și coloană din **a** și **b**. În acest caz folosim operatorul \*, adică  $d = a * b$ . Dacă **a** și **b** sunt tablouri identice (**a** și **b** au elemente identice pe aceeași poziție), atunci pentru **d** se mai folosește și notația  $a^2$  sau  $b^2$ .

#### Exemplu:

Pentru  $m=2$ ,  $n=3$  și tablourile:

a		
1	5	7
2	15	3

b		
2	10	100
1	8	0

Se obține

a+b		
3	15	107
3	23	3

a*b		
2	50	700
2	120	0

a <sup>2</sup>		
1	25	49
4	225	9

b <sup>2</sup>		
4	100	10000
1	64	0

Fiind dat un tablou bidimensional **a**, cu **m** linii, **n** coloane și componente numere naturale dorim să determinăm un șir de tablouri bidimensionale:  $b_1, b_2, \dots, b_k$  cu număr minim de termeni (**k** minim), cu proprietatea că  $a = b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_k^2$ .

#### Cerință

Să se scrie un program care determină tablourile bidimensionale  $b_1, b_2, \dots, b_k$  cu proprietatea din enunț.

#### Date de intrare

Fișierul de intrare **operatii.in** conține pe prima linie numerele naturale **m** și **n** separate prin câte un spațiu. Pe următoarele **m** linii se află elementele tabloului **a**, câte **n** numere pe o linie, în cadrul unei linii numerele fiind separate între ele prin câte un spațiu.

#### Date de ieșire

Fișierul de ieșire **operatii.out** conține pe prima linie un număr natural reprezentând valoarea **k**, apoi pe următoarele  $k * m$  linii elementele celor **k** tablouri  $b_1, b_2, \dots, b_k$ . Fiecare dintre aceste tablouri va fi scris pe câte **m** linii consecutive, iar pe fiecare dintre aceste linii se vor afla câte **n** numere separate prin câte un spațiu.

#### Restricții și precizări

- $1 \leq m, n \leq 200$
- Componentele tabloului **a** sunt numere naturale  $\leq 10000$ .
- Pot exista mai multe solutii, dar în fișierul de ieșire se va scrie una dintre ele.
- 30% din teste au componentele tabloului **a** mai mici sau cel mult egale cu 100 și  $m, n \leq 100$ ,
- 60% din teste au componentele tabloului **a** mai mici sau cel mult egale cu 1000.

#### Exemplu

operatii.in	operatii.out	Explicație
2 3 1 2 4 5 5 9	2 1 1 0 2 2 3 0 1 2 1 1 0	<p><b>a</b> este: 1 2 4 5 5 9</p> <p><b>b<sub>1</sub></b> este: 1 1 0 iar <b>b<sub>1</sub><sup>2</sup></b> este: 1 1 0 2 2 3 4 4 9</p> <p><b>b<sub>2</sub></b> este: 0 1 2 iar <b>b<sub>2</sub><sup>2</sup></b> este: 0 1 4 1 1 0 1 1 0</p> <p>Se observă că <math>b_1^2 + b_2^2 = a</math></p>

Timp maxim de execuție/test: 1 secundă

Memorie totală disponibilă: 16 MB

## Problema operatii

Autor: prof. Doru Popescu Anastasiu

Baraj 2 juniori

### Soluție

Pentru rezolvare mai întâi se determină pentru fiecare număr natural din mulțimea  $\{0, 1, 2, \dots, 10000\}$  un mod de scriere ca sumă de cât mai puține numere pătrate perfecte.

Cu aceste numere folosite la descompuneri se formează un tablou. Acest tablou va avea 5 coloane, pentru că toate numerele de mai sus nu folosesc mai mult de 4 termeni în descompunere (o coloană pentru numărul de termeni din descompunere).

Pentru fiecare element din tabloul  $a$ , se determină câte numere se folosesc la descompunere. Numărul maxim dintre acestea este  $k$ .

Dacă un termen din  $a$ ,  $a_{ij}$  are  $p$  numere folosite la descompunerea ca sumă de pătrate și  $p < k$ , atunci în primele  $p$  tablouri se pun numerele din descompunere (radicalul lor), iar în următoarele valoarea 0.

Pentru exemplu avem

$$0=0^2$$

$$1=1^2$$

$$2=1^2+1^2$$

$$3=1^2+1^2+1^2$$

$$4=2^2$$

$$5=1^2+2^2$$

$$6=1^2+1^2+2^2$$

$$7=1^2+1^2+1^2+2^2$$

$$8=2^2+2^2$$

$$9=3^2$$

...

Dacă numerele folosite în tabloul  $a$  sunt 1, 2, 4, 5, 9. La 1 se folosește un singur număr, la 2 două numere, la 4 un număr, la 5 două numere și la 9 un număr, astfel se obține  $k=\max(1,2)$ , adică  $k=2$ .

După regula precizată se vor obține tablourile:

$b_1$ :

1 1 2

1 1 3

$b_2$ :

0 1 0

2 2 0

În funcție de modul de determinare a descompunerilor pentru toate numerele din mulțimea  $\{0, 1, 2, \dots, 10000\}$ , algoritmul poate obține un punctaj mai mare sau mai mic decât 60 puncte.

1. Folosirea metodei backtracking, pentru fiecare număr din  $\{0, 1, 2, \dots, 10000\}$ , conduce la un punctaj cel mult egal cu 60p.
2. Din observația că numerele de la 1 la 10000 se pot scrie ca sumă de cel mult patru pătrate, rezultă că putem determina toate descompunerile prin patru secvențe:
  - a. Una cu un for până la 100 prin care determinăm numerele care se pot scrie ca sumă de un pătrat perfect (care sunt chiar pătratele perfecte)
  - b. Una prin care determinăm numerele care se pot scrie ca sumă de două pătrate perfecte (tot cu un for până la 100);
  - c. Una prin care determinăm numerele care se pot scrie ca sumă de trei pătrate perfecte (cu două for-uri)
  - d. Una prin care determinăm numerele care se pot scrie ca sumă de patru pătrate perfecte (cu trei for-uri).

Astfel putem obține 100p.